

هندسه ۱

فصل ۳

پندضلعی ها

مدرس:

## \* از «خم ساده» تا «چندضلعی»

در این قسمت، یک سری تعاریف برای رسیدن به تعریف چندضلعی ارائه می‌دهیم:




**خم مسطح:** مجموعه‌ای از نقاط است که بتوانیم آن را بدون برداشتن قلم از روی کاغذ رسم کنیم.

مثال: خم‌های  و  مسطح‌اند، ولی خم  مسطح نیست."/>

**خم ساده:** خم مسطحی است که خودش را قطع نمی‌کند، مگر در حالتی که نقاط انتهایی به هم می‌رسند.

مثال: خم‌های  و  و  ساده‌اند ولی خم  ساده نیست."/>

**خم بسته:** اگر نقاط انتهایی یک خم بر هم منطبق باشند، آن خم، بسته نامیده می‌شود. خم بسته می‌تواند ساده باشد یا نباشد.

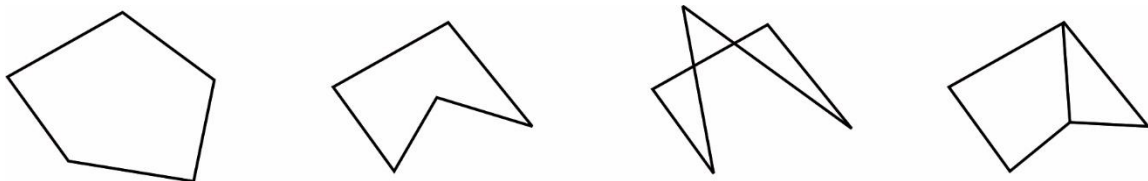
مثال: خم  ساده‌ی بسته است. خم  ساده است ولی بسته نیست. خم  بسته است ولی ساده نیست."/>

**تعریف:** چندضلعی، شکلی است که از اجتماع حداقل سه پاره‌خط تشکیل شده باشد، به طوری که:

(۱) هر پاره‌خط، دقیقاً دو پاره‌خط دیگر را در نقاط انتهایی خودش قطع کند.

(۲) هر دو پاره‌خط متوالی که در یک انتها مشترک‌اند، روی یک خط نباشند.

مثال: کدام یک از شکل‌های زیر چندضلعی است؟

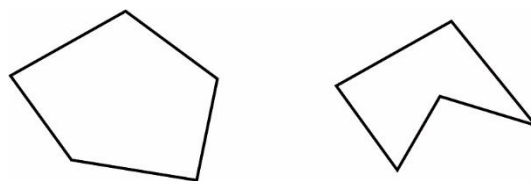


**تعریف:** چندضلعی را محدب گوئیم هرگاه با در نظر گرفتن خط شامل هر ضلع آن، بقیه نقاط چندضلعی در یک طرف آن

خط واقع شوند. (به بیان ساده‌تر، زاویه‌ی بزرگ‌تر از  $180^\circ$  در چندضلعی وجود نداشته باشد).

- هر چندضلعی را که محدب نباشد، مقعر می‌نامند.

مثال: کدام یک از چندضلعی‌های زیر محدب و کدام یک مقعر است؟



**\* قطر در چندضلعی‌ها**

**تعریف:** در هر  $n$  ضلعی، هر پاره‌خط را که دو انتهای آن، دو رأس غیرمجاور باشند، قطر می‌نامیم.

از هر رأس یک  $n$  ضلعی محدب، قطر می‌توان رسم کرد (خود رأس و دو رأس کناری آن که با ضلع به هم متصل‌اند، کم می‌شوند). لذا تعداد کل قطرهای هر  $n$  ضلعی محدب از رابطه‌ی  $\frac{n(n-3)}{2}$  محاسبه می‌شود.



**نکته:** اگر به تعداد اضلاع یک  $n$  ضلعی محدب، یک ضلع اضافه شود، به تعداد اقطار، قطر اضافه می‌شود.

**یادآوری:**

- مجموع زوایای داخلی هر  $n$  ضلعی محدب برابر  $(n-2) \times 180^\circ$  و مجموع زوایای خارجی هر  $n$  ضلعی محدب برابر  $360^\circ$  است.

- اگر  $n$  ضلعی، منتظم باشد، هر زاویه‌ی داخلی برابر  $\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$  درجه و هر زاویه‌ی خارجی برابر  $\frac{360^\circ}{n}$  درجه است.

**تست:**  تعداد قطرهای یک  $n$  ضلعی محدب، سه برابر تعداد اضلاع آن است. تعداد اضلاع کدام است؟

۱۰ (۱)                      ۱۲ (۲)

۷ (۳)                      ۹ (۴)

**تست:**  اگر مجموع زوایای داخلی یک  $n$  ضلعی محدب برابر  $1080^\circ$  باشد، از هر رأس آن چند قطر قابل رسم است؟

۶ (۱)                      ۷ (۲)

۸ (۳)                      ۵ (۴)

**تمرین:** در کدام  $n$  ضلعی تعداد قطرهای و ضلع‌ها برابر است؟ (تمرین ۱ صفحه ۶۳ کتاب)

**تمرین:** در کدام چندضلعی، تعداد قطرهای، سه واحد بیشتر از تعداد ضلع‌ها است؟

۵ ضلعی (۱)

۶ ضلعی (۲)

۸ ضلعی (۳)

۱۰ ضلعی (۴)

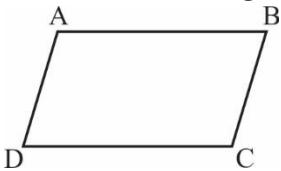
**\* چهارضلعی‌ها****۱- متوازی‌الاضلاع**

**تعریف:** متوازی‌الاضلاع چهارضلعی است که اضلاع روبه‌روی آن دوجه‌دو موازی‌اند.

**قضیه ۱:** در هر متوازی‌الاضلاع، اضلاع روبه‌رو با هم برابرند.



**عکس قضیه ۱:** اگر در یک چهارضلعی، اضلاع روبه‌رو با هم برابر باشند، آنگاه چهارضلعی، متوازی‌الاضلاع است.



**قضیه ۲:** در هر متوازی‌الاضلاع، زوایای مجاور مکمل‌اند.



**عکس قضیه ۲:** اگر در یک چهارضلعی، هر دو زاویه‌ی مجاور مکمل باشند، آنگاه چهارضلعی، متوازی‌الاضلاع است.

